

G. GIODA - L. LOCATELLI - F. GALLAVRESI

Sul congelamento artificiale dei terreni

ESTRATTO DA
« RIVISTA ITALIANA DI GEOTECNICA »
ORGANO DELL'ASSOCIAZIONE GEOTECNICA ITALIANA

ANNO XXVI - N. 3 - LUGLIO-SETTEMBRE 1992

Sul congelamento artificiale dei terreni

G. GIODA, L. LOCATELLI, F. GALLAVRESI*

SOMMARIO. Vengono presentati i risultati di uno studio condotto allo scopo di mettere a punto un programma ad elementi finiti per l'analisi della trasmissione del calore, con particolare riferimento ai problemi connessi al congelamento artificiale dei terreni. Dapprima si illustrano gli aspetti principali dell'algoritmo risolutivo e le caratteristiche della tecnica impiegata per tener conto del calore latente assorbito o ceduto durante la transizione di fase. Vengono quindi presentati i risultati di alcune prove di congelamento condotte in laboratorio per consentire, attraverso il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali, la messa a punto del programma di calcolo e la scelta di una conveniente procedura per determinare i valori dei parametri termici che caratterizzano il terreno. Infine, si illustrano i risultati di un'analisi parametrica svolta per studiare l'effetto di alcune grandezze significative, quali il diametro delle sonde congelanti e la temperatura del fluido utilizzato, sul processo di congelamento in sito.

1. Introduzione

Il congelamento artificiale dei terreni rappresenta una delle tecniche di consolidamento utilizzate nella pratica dell'Ingegneria Geotecnica con riferimento, in genere, ad opere di non trascurabile rilevanza. Tale tecnica viene adottata in diverse situazioni legate, in particolare, all'esecuzione di scavi superficiali, o di aperture sotterranee, in terreni granulari al di sotto del livello di falda [ANDERSLAND *et al.*, 1989].

Un impiego efficiente delle tecniche di consolidamento, ed in particolare di quelle basate sul congelamento artificiale, richiede che durante la fase di progettazione dell'intervento venga condotta un'attenta analisi dei suoi aspetti tecnici ed economici. A tale scopo uno strumento di calcolo automatico, in grado di studiare il processo di congelamento del terreno in sito, potrebbe essere di ausilio al progettista fungendo da compendio ai metodi di analisi più semplici e di uso più immediato, ma anche meno accurati, che vengono frequentemente adottati nella pratica [FRIVIK e THORBERGSEN, 1980].

Lo studio che viene qui illustrato ha avuto lo scopo di sviluppare un programma di calcolo ad elementi finiti in grado di analizzare il processo di congelamento del terreno e di valutare, tra l'altro, i tempi richiesti per completare l'intervento in sito in funzione di grandezze significative quali la temperatura del liquido congelante, le caratteristiche termiche del terreno, il diametro e la distanza delle sonde congelanti.

Dal punto di vista dell'analisi, il processo di congelamento del terreno è un fenomeno decisamente complesso che coinvolge una serie di problemi sia

meccanici sia termodinamici la cui soluzione non appare banale. Tra questi si possono menzionare la trasmissione non lineare del calore per conduzione attraverso un mezzo plurifase; la possibile influenza del moto di filtrazione dell'acqua interstiziale e del moto di natura convettiva; la transizione di fase dell'acqua una volta raggiunta la temperatura di congelamento; il conseguente effetto del calore latente (cioè della quantità di energia ceduta dall'acqua, alla temperatura di congelamento, durante la sua trasformazione in ghiaccio); l'incremento di volume prodotto dal congelamento e la conseguente possibile variazione dello stato tensionale; la variazione delle proprietà meccaniche del terreno prodotte dal congelamento, con particolare riferimento alla sua resistenza al taglio ed alle caratteristiche viscoso; gli effetti della possibile migrazione dell'acqua verso le zone di transizione di fase; etc.

Onde contenere la complessità dell'algoritmo risolutivo entro limiti accettabili, per il momento il problema è stato affrontato limitatamente ai suoi aspetti termodinamici, trascurando quelli di natura meccanica, ed introducendo alcune ipotesi semplificative che verranno commentate successivamente.

In tal modo l'analisi del congelamento del terreno è stata ricondotta alla soluzione del così detto problema di Stefan, cioè del problema di trasmissione del calore per sola conduzione con transizione di fase.

Nel seguito vengono illustrate le caratteristiche principali dell'approccio ad elementi finiti utilizzato per la soluzione del problema termico, e viene descritta la particolare tecnica utilizzata per tener conto degli effetti del calore latente durante la transizione di fase. Alcune difficoltà incontrate nella valutazione dei parametri termici del terreno da introdursi nel calcolo hanno suggerito di condurre una opportuna sperimentazione in laboratorio, in modo da consentire, in base al confronto tra risultati sperimentali

* Prof. Ing. Giancarlo Gioda, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano; Dott. Ing. Livio Locatelli, Geocad s.r.l., Milano; Dott. Ing. Francesco Gallavresi, Rodio S.p.A., Casalmajocco, Milano.

e corrispondenti dati numerici, la scelta di una corretta procedura per determinare i valori di tali parametri.

Dopo aver descritto l'attrezzatura sperimentale approntata, i risultati delle prove eseguite, e la successiva calibrazione del programma di calcolo, viene illustrata un'analisi parametrica svolta al fine di valutare l'effetto di alcuni significativi parametri, quali il diametro delle sonde congelanti e la temperatura del fluido utilizzato, sul processo di congelamento in sito.

Notazione.

Nell'illustrare la soluzione numerica del problema si farà uso della notazione matriciale. Lettere sottolineate minuscole e maiuscole denotano, rispettivamente, vettori colonna e matrici. Le scritture \dot{x} e x^T indicano la derivata temporale e la trasposizione del vettore (o della matrice) x .

2. Equazioni governanti e condizioni al contorno

Il processo di congelamento viene qui studiato con riferimento ad un terreno perfettamente saturo e sotto alcune ipotesi semplificative che possono essere così riassunte:

- 1) le proprietà termiche del terreno non sono influenzate dalle variazioni degli stati di sforzo e di deformazione indotte dal congelamento;
- 2) il liquido interstiziale non è soggetto a moto di filtrazione, e l'effetto convettivo al suo interno può essere trascurato;
- 3) non si manifesta una sensibile migrazione del liquido verso la zona di transizione di fase.

Non sembra necessario discutere la prima ipotesi, e quella di completa saturazione, in quanto esse possono essere ritenute accettabili nell'ambito di una soluzione ingegneristica del problema.

Anche la seconda ipotesi può essere adottata nella maggioranza dei problemi di interesse pratico. Si deve infatti considerare che il congelamento artificiale diverrebbe problematico in presenza di un moto di filtrazione avente velocità non trascurabile (dell'ordine di 1 ÷ 2 m/giorno), a causa del conseguente continuo apporto termico. Ciò impone di adottare opportuni provvedimenti per ridurre l'eventuale velocità di filtrazione a valori assai bassi, prima di iniziare il trattamento congelante. Poiché, in assenza di un apprezzabile moto di filtrazione, anche il movimento di natura convettiva dell'acqua è sostanzialmente impedito dalla limitata dimensione dei pori, la seconda ipotesi può essere, di fatto, accettata.

Al contrario delle prime due, la validità della terza ipotesi dipende sensibilmente dalle caratteristiche del terreno. Essa è accettabile per terreni a grana relativamente grossolana, come ghiaie e sabbie. I terreni

a grana più fine risentono invece in modo accentuato del movimento del liquido interstiziale verso la zona dove avviene il congelamento, a causa del conseguente aumento dell'indice dei vuoti. Ne deriva che i risultati discussi nel seguito vanno applicati con cautela in presenza di terreni fini, come i limi.

Sotto le precedenti ipotesi, il problema del congelamento del terreno può essere ridotto a quello della trasmissione del calore, per sola conduzione e con cambiamento di fase, all'interno di un mezzo equivalente dal punto di vista termico allo scheletro solido ed all'acqua interstiziale. Nel seguito, quindi, quando si farà riferimento ai parametri che caratterizzano le fasi liquida e solida, non si intenderanno quelli dell'acqua e del ghiaccio, bensì quelli del continuo equivalente in presenza di temperature, rispettivamente, superiori ed inferiori a quella di congelamento. La determinazione dei valori dei parametri termici equivalenti da introdursi nel calcolo verrà discussa in un paragrafo successivo.

Considerando un problema bidimensionale, l'equazione di continuità che governa il flusso termico può essere così scritta [CARSLAW e JAEGER, 1959].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \bar{Q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Nell'Eq. (1) x ed y rappresentano le direzioni degli assi Cartesiani; T e t sono, rispettivamente, la temperatura ed il tempo; k_x e k_y sono i coefficienti di conducibilità termica, nell'ipotesi che x ed y siano direzioni principali di conducibilità; ρ e c sono la densità e la capacità termica, ed infine \bar{Q} è il calore generato o assorbito all'interno del volume unitario nell'unità di tempo. Attraverso quest'ultimo termine verrà nel seguito introdotto il calore latente, cioè il calore assorbito o rilasciato per unità di volume, a temperatura costante, durante la transizione di fase.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, è opportuno distinguere quelle relative ai bordi di geometria assegnata da quelle che caratterizzano la superficie che separa la zona liquida da quella congelata, la cui geometria non è a priori conosciuta.

Nei punti del contorno a geometria assegnata può essere imposto il valore della temperatura,

$$T = \bar{T}(x, y, t) \quad (2a)$$

o quello della componente del flusso termico q nella direzione normale al contorno stesso,

$$\left(i_x k_x \frac{\partial T}{\partial x} + i_y k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \bar{q}_n(x, y, t) = 0 \quad (2b)$$

Nelle Eq. (2), le grandezze note sono soprallineate, mentre i_x ed i_y sono i coseni direttori del versore (uscente) normale al contorno.

Altre condizioni che possono essere imposte sui bordi aventi geometria assegnata, in particolare quelle di convezione e di irraggiamento, non vengono qui discusse poichè non saranno utilizzate nella restante parte del lavoro.

Veniamo ora alle ulteriori condizioni al contorno che caratterizzano il problema di Stefan. In questo caso all'interno del dominio interessato dal flusso termico esiste una superficie, la geometria della quale è a priori incognita, che separa la zona liquida da quella congelata e che viene anche indicata con il termine di «frontiera libera».

In modo simile a quanto accade per altri problemi con frontiera libera (ad esempio, in campo geotecnico, per il problema di filtrazione non confinata) questa superficie è caratterizzata da due differenti condizioni [CRANK, 1984]. Nel caso in esame, la prima condizione impone che le temperature delle fasi liquida T_l e solida T_s al contatto con la frontiera libera siano pari alla temperatura di fusione/congelamento T_f ,

$$T_l(x,y,t) = T_s(x,y,t) = T_f \quad (5a)$$

La seconda condizione lega il flusso termico nella direzione normale alla frontiera libera al calore latente per unità di volume L ed alla velocità di traslazione della superficie stessa v_n ,

$$k_s \left(i_x \frac{\partial T_s}{\partial x} + i_y \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) - k_l \left(i_x \frac{\partial T_l}{\partial x} + i_y \frac{\partial T_l}{\partial y} \right) = L_e v_n \quad (5b)$$

Nell'equazione precedente, k_l e k_s sono i coefficienti di conducibilità termica della fase liquida e di quella solida, ρ è la densità ed i_x ed i_y sono i coseni direttori del versore normale alla frontiera libera.

3. Tecnica di soluzione ad elementi finiti

La formulazione ad elementi finiti del problema di trasmissione del calore governato dall'Eq.(1) non presenta aspetti particolari, se si trascurano gli effetti della transizione di fase che verranno discussi nel paragrafo successivo. Essa, infatti, è sostanzialmente analoga a quella che porta alla soluzione «disaccoppiata» (basata sull'ipotesi di costanza nel tempo dello stato di sforzo totale) del problema della consolidazione [vedi ad es. GIODA e NOVA, 1982].

Il dominio Ω dove si sviluppa il flusso termico viene suddiviso in elementi finiti all'interno dei quali la distribuzione di temperatura è legata alle temperature nodali (che rappresentano le variabili libere del problema) attraverso opportune funzioni di in-

terpolazione dipendenti dal numero dei nodi e dalla forma dell'elemento. Per il generico (e-esimo) elemento questa relazione può essere espressa nella seguente forma compatta,

$$T_e(x,y,t) = \underline{b}_e^T(x,y) \cdot \underline{T}_e(t), \quad (6)$$

dove T_e rappresenta la funzione temperatura all'interno dell'elemento mentre \underline{b}_e e \underline{T}_e sono i vettori delle funzioni di interpolazione e delle temperature nodali.

Riscrivendo l'Eq.(1) nella così detta «forma debole», tenendo conto delle condizioni al contorno (2b), e svolgendo alcune manipolazioni matriciali che vengono qui omesse per brevità, si raggiunge la seguente relazione per l'e-esimo elemento del reticolo,

$$\underline{M}_e \underline{T}_e + \underline{N}_e \dot{\underline{T}}_e = \underline{f}_{e\Omega} + \underline{f}_{e\Gamma} + \underline{f}_{ei} \quad (7)$$

dove

$$\underline{M}_e = \int_{\Omega_e} (\nabla \underline{b}_e^T)^T \underline{K}_e (\nabla \underline{b}_e^T) d\Omega, \quad \underline{N}_e = \int_{\Omega_e} \underline{b}_e (\rho c)_e \underline{b}_e^T d\Omega, \quad (8a,b)$$

$$\underline{f}_{e\Omega} = \int_{\Omega_e} \underline{b}_e \bar{Q}_e d\Omega, \quad \underline{f}_{e\Gamma} = \int_{\Gamma_{ee}} \underline{b}_e \bar{q}_{en} d\Gamma, \quad (9a,b)$$

$$\underline{f}_{ei} = \left[\int_{\Gamma_{ei}} \underline{b}_e (i_e^T \underline{K}_e \nabla \underline{b}_e^T) d\Gamma \right] \underline{T}_e \quad (10)$$

Nelle equazioni precedenti $\nabla^T = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ è l'operatore differenziale lineare; \underline{K}_e è la matrice (2x2) che raccoglie i coefficienti di conducibilità termica; i_e è il vettore di coseni direttori i_x e i_y del versore normale al contorno; $\underline{f}_{e\Omega}$ e $\underline{f}_{e\Gamma}$ sono i vettori assegnati dei flussi termici nodali dovuti, rispettivamente, al calore generato, o assorbito, all'interno dell'elemento e al flusso termico che attraversa il contorno Γ_{ee} dell'elemento in contatto con l'esterno. Infine, il vettore \underline{f}_{ei} contiene i flussi termici nodali equivalenti al calore trasmesso attraverso il contorno Γ_{ei} in contatto con gli elementi adiacenti.

Il sistema di equazioni per l'intero reticolo è ottenuto assemblando opportunamente l'Eq.(7) scritta per ogni elemento, secondo l'usuale tecnica adottata nelle analisi ad elementi finiti,

$$\underline{M} \underline{T} + \underline{N} \dot{\underline{T}} = \underline{f}_{\Omega} + \underline{f}_{\Gamma} \quad (11)$$

Nell'Eq.(11), \underline{T} rappresenta il vettore delle temperature nodali per l'intero reticolo, mentre le altre grandezze sono così esprimibili,

$$\underline{M} = \sum_e \underline{M}_e, \quad \underline{N} = \sum_e \underline{N}_e, \quad \underline{f}_{\Omega} = \sum_e \underline{f}_{e\Omega}, \quad \underline{f}_{\Gamma} = \sum_e \underline{f}_{e\Gamma}$$

Si noti che la continuità del flusso termico tra ele-

menti adiacenti, imposta con l'operazione di assemblaggio, comporta l'annullamento nell'Eq. (11) dei termini espressi dall'Eq. (10). Si osserva anche che, prima di passare alla soluzione, è necessario imporre le condizioni al contorno in termini di temperatura espresse dall'Eq. (2a).

Venendo ora all'integrazione numerica nel tempo dell'Eq. (11), uno schema relativamente semplice ed efficace è basato sull'assunzione di variazione lineare delle grandezze durante un preassegnato intervallo temporale Δt . Su questa base è possibile scrivere le seguenti relazioni che esprimono i valori della generica variabile dipendente dal tempo, indicata con x , e della sua derivata temporale, \dot{x} , al tempo ξ contenuto nell'intervallo tra t e $t + \Delta t$,

$$\dot{x}_\xi = \frac{1}{\Delta t} [x_{t+\Delta t} - x_t] , \quad (12)$$

$$x_\xi = (1 - \vartheta) x_t + \vartheta x_{t+\Delta t} , \quad (13)$$

dove

$$0 \leq \vartheta \leq 1 \quad \text{e} \quad \xi = t + \vartheta \Delta t.$$

Utilizzando le relazioni (12,13) per esprimere le grandezze che compaiono nell'Eq. (11), tenendo conto che le matrici \underline{M} and \underline{N} sono, in generale, funzioni della temperatura, e quindi del tempo, e assumendo $\vartheta = 1/2$, si ricava la seguente relazione utilizzabile nell'ambito di un processo iterativo per determinare le temperature nodali al tempo $t + \Delta t$ in base alla soluzione al tempo t ,

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\Delta t}{2} (\underline{M}_{t+\Delta t}^{i-1} + \underline{M}_t) + (\underline{N}_{t+\Delta t}^{i-1} + \underline{N}_t) \right] \underline{T}_{t+\Delta t}^i = \\ & = \Delta t (\underline{f}_{t+\Delta t}^{i-1} + \underline{f}_t) + \left[-\frac{\Delta t}{2} (\underline{M}_{t+\Delta t}^{i-1} + \underline{M}_t) + (\underline{N}_{t+\Delta t}^{i-1} + \underline{N}_t) \right] \underline{T}_t \end{aligned} \quad (14)$$

Nell'equazione precedente i termini noti sono raccolti nel vettore

$$\underline{\bar{f}} = \underline{\bar{f}}_\Omega + \underline{\bar{f}}_G ,$$

ed il suffisso i indica il numero dell'iterazione.

All'inizio del processo iterativo è necessario definire una approssimazione della temperatura al tempo $t + \Delta t$ in base ai valori calcolati ai tempi precedenti. Vengono quindi valutate le matrici ed i vettori al tempo $t + \Delta t$ e, attraverso l'Eq. (14), viene ottenuta una nuova stima delle temperature nodali al termine dell'intervallo. Il processo iterativo termina quando la differenza tra le temperature nodali al tempo $t + \Delta t$

ottenute da due successive iterazioni decresce al di sotto di una predefinita tolleranza.

Sulla base della formulazione descritta è stato sviluppato un programma di calcolo per la soluzione di problemi bidimensionali piani ed assialsimmetrici, che utilizza elementi isoparametrici quadrangolari a 4 nodi e triangolari. Al fine di verificare tale programma, prima di estenderlo al caso di transizione di fase, sono stati considerati alcuni problemi dei quali è disponibile la soluzione analitica. A titolo di esempio in Fig.1 si mostrano i risultati ottenuti nello studio della diffusione del calore all'interno di un cilindro di materiale omogeneo la cui superficie esterna subisce una variazione nota di temperatura all'inizio dell'analisi. Nella figura è riportata solamente la soluzione numerica poichè essa di fatto coincide con quella analitica nella zona prossima all'asse del cilindro. Solo in prossimità della superficie esterna i risultati numerici mostrano una lieve oscillazione dovuta alla brusca variazione della temperatura di bordo imposta all'inizio dell'analisi.

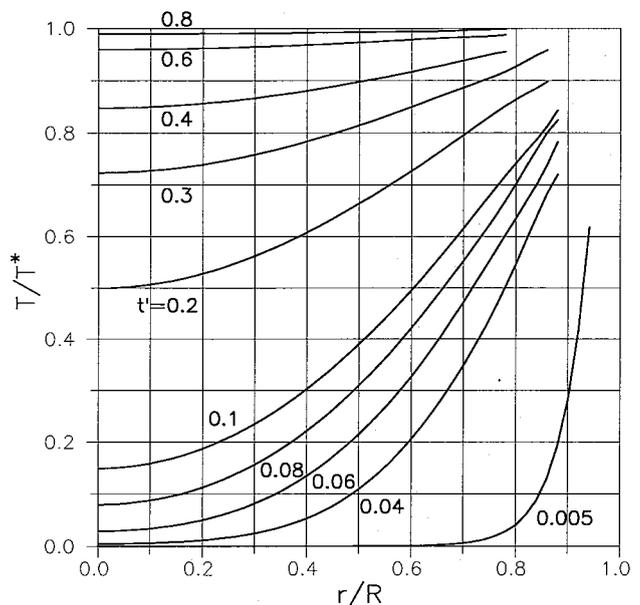


Fig. 1 - Curve isocrone della temperatura all'interno di un cilindro di altezza illimitata, inizialmente soggetto ad una temperatura interna $T = 0$ e ad una temperatura sulla superficie laterale T^* . Il tempo adimensionale è definito come $t' = tk/(qcR^2)$.

4. Effetto del calore latente

La transizione di fase è introdotta nel problema in esame dalle condizioni al contorno (5) presenti sulla superficie che separa la fase solida da quella liquida, detta anche frontiera libera. La presenza simultanea di due condizioni al contorno (una in termini di temperatura ed una in termini del suo gradiente) sulla medesima superficie è giustificata dal fatto che la geometria di questa superficie è inco-

gnita e deve essere determinata come parte della soluzione.

Gli approcci proposti nell'ambito del metodo degli elementi finiti per l'analisi della trasmissione del calore in presenza delle condizioni al contorno (5) possono essere divisi in due classi principali.

Al primo gruppo appartengono i metodi a «reticolo variabile» [ZABARAS e RUAN, 1989; 1990], che sono concettualmente simili ad alcune tecniche di soluzione per problemi di filtrazione non confinata [GIODA e DESIDERI, 1988].

Durante il calcolo la geometria del reticolo viene modificata sino a che una parte del suo contorno approssima con la desiderata precisione la forma della frontiera libera. Questi approcci di norma forniscono risultati accurati, ma presentano l'inconveniente di divenire piuttosto complessi dal punto di vista della programmazione quando diverse frontiere libere esistono simultaneamente, che nel tempo tendono ad avvicinarsi e ad unirsi tra loro. Poichè è assai probabile che tale situazione si verifichi durante le operazioni di congelamento in sito, si è preferito utilizzare un diverso metodo di soluzione, appartenente alla classe dei metodi «a reticolo fisso» [VOLLER *et al.*, 1990].

Essi non modificano la forma del reticolo durante il processo risolutivo e consentono alla frontiera libera di attraversare gli elementi entro i quali si produce il cambiamento di fase. In genere questi metodi forniscono risultati leggermente meno accurati di quelli ottenibili con gli approcci a reticolo variabile, ma presentano il non trascurabile vantaggio di poter considerare diverse frontiere libere tra loro interagenti senza richiedere particolari accorgimenti o modifiche del programma di calcolo.

Alcuni dei metodi proposti in letteratura e appartenenti a questa seconda categoria introducono l'effetto del calore latente attraverso una variazione fittizia della capacità termica all'interno di un preassegnato intervallo di temperatura, situato a cavallo della temperatura di congelamento/fusione.

Altri adottano come nuova variabile l'entalpia (cioè l'integrale del prodotto tra densità e capacità termica al variare della temperatura) [MORGAN *et al.*, 1978; ROLPH e BATHE, 1982] per rendere più agevole l'integrazione delle equazioni governanti.

La tecnica sviluppata nell'ambito del presente studio differisce da quelle citate in quanto non introduce una variazione fittizia della capacità termica né utilizza l'entalpia come variabile alternativa. In questo approccio il calore latente è assimilato ad una sorgente (positiva o negativa) di calore uniformemente distribuita sul volume di ogni elemento finito. L'effetto di tale sorgente, che si attiva quando viene raggiunta la temperatura di fusione/congelamento,

è introdotto nel calcolo attraverso le corrispondenti grandezze nodali.

All'inizio dell'analisi per ogni elemento finito viene determinato il vettore del calore latente nodale tramite la seguente relazione, che è formalmente analoga a quella usata nelle analisi tenso-deformative per valutare le forze nodali equivalenti al peso proprio,

$$\underline{q}_L = \sum_e \int_{\Omega_e} b_c L_e d\Omega \quad (15)$$

Il vettore del calore latente \underline{q}_L per l'intero reticolo viene determinato sommando opportunamente i contributi dei vari elementi.

Si inizia quindi l'analisi termica secondo la procedura indicata nei paragrafi precedenti. Quando la temperatura in un nodo raggiunge il valore di transizione, il nodo viene «vincolato» in modo da impedire ulteriori variazioni della temperatura durante i successivi incrementi temporali.

Nei nodi vincolati si determina per ogni incremento di tempo l'incremento del calore nodale Δq_{nj} (dove l'indice n indica il nodo e j denota l'incremento di tempo) che corrisponde, in termini statici, all'incremento di una «reazione vincolare». Quando il calore nodale accumulato raggiunge il corrispondente calore latente nodale, determinato in precedenza, cioè quando si verifica la seguente condizione,

$$\sum_j \Delta q_{nj} = q_{nL} \quad (16)$$

il vincolo nodale è eliminato e la corrispondente temperatura può nuovamente variare liberamente. Se durante un incremento di tempo il calore nodale accumulato supera il corrispondente calore latente, al termine dell'incremento il nodo viene svincolato e per l'incremento temporale successivo gli viene applicato un «carico» termico pari alla differenza tra il calore accumulato e quello latente.

Onde verificare questa tecnica di soluzione sono stati risolti alcuni problemi semplici dei quali è nota la soluzione numerica, ottenuta con altre procedure, o quella analitica. A titolo di esempio in Fig.2 si mostra il paragone tra la soluzione analitica [COMINI *et al.*, 1990] di un problema di congelamento monodimensionale ed i corrispondenti risultati ottenuti dal calcolo.

5. Indagine sperimentale

Si è in precedenza osservato che lo studio per via numerica del congelamento artificiale dei terreni richiede la definizione dei parametri caratterizzanti il continuo termicamente equivalente allo scheletro solido ed al liquido interstiziale. Poichè la determina-

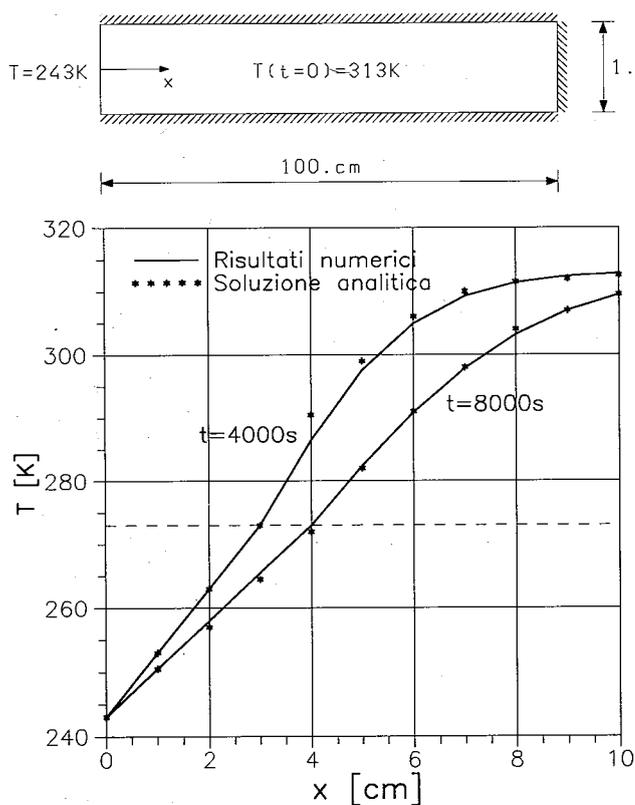


Fig. 2 - Schema del problema di congelamento monodimensionale; distribuzioni della temperatura per due differenti valori temporali (Gli asterischi rappresentano la soluzione analitica e le curve continue quella numerica) .

zione di tali parametri non appare scontata, in particolare perchè può essere basata su differenti ipotesi, si è ritenuto necessario condurre una sperimentazione in laboratorio sulla cui base fosse possibile definire una accettabile procedura per la calibrazione dei parametri termici.

5.1 Descrizione dell'attrezzatura

L'attrezzatura approntata per le esperienze in laboratorio consiste di un contenitore cilindrico con altezza e diametro interni di 1 m, isolato termicamente dall'esterno per mezzo di materiale coibente, che viene riempito di sabbia silicea satura prima dell'esecuzione della prova. In corrispondenza dell'asse verticale del contenitore è posta una sonda congelatrice che durante la prova viene percorsa da azoto liquido. Le sezioni verticale ed orizzontale dell'apparecchiatura, ed un suo spaccato assonometrico, sono mostrati in Fig.3.

La forma cilindrica del contenitore, e la coibentazione delle basi superiore ed inferiore, sono state adottate al fine di ottenere delle condizioni di prova il più vicine possibile a quelle piana ed assialsimmetrica, cio' anche allo scopo di rendere più agevole la successiva interpretazione dei risultati sperimentali.

Il terreno impiegato è stato ottenuto miscelando differenti sabbie monogranulari. Cio' al fine, da un lato, di evitare la presenza di limo (che comporterebbe gli inconvenienti accennati in precedenza e relativi alla migrazione dell'acqua verso la zona di cambiamento di fase) e, dall'altro, di ottenere una distribuzione il più possibile uniforme della granulometria. La curva granulometrica della sabbia così ottenuta è mostrata in Fig.4.

La preparazione del campione è avvenuta per deposizione del terreno granulare in acqua, in modo da assicurarne una completa saturazione. La sabbia viene fatta cadere da un vaglio, mantenendo un battente di circa 10 cm d'acqua al di sopra della superficie della sabbia già depositata. In tal modo la deposizione risulta sufficientemente omogenea e la densità costante, con buona approssimazione, all'interno del contenitore.

La ripetibilità della prova è stata verificata utilizzando lo stesso metodo di deposizione nella preparazione di campioni di dimensioni ridotte. Di tali campioni è stata successivamente determinata la densità relativa, osservando scostamenti assai ridotti tra i valori ottenuti. In particolare, il terreno granulare ha contenuto d'acqua compreso tra 0.287 e 0.300, peso di volume secco tra 14.3 e 14.5 kN/m³ e porosità tra 0.426 e 0.436.

Durante la fase di deposizione sono state intro-

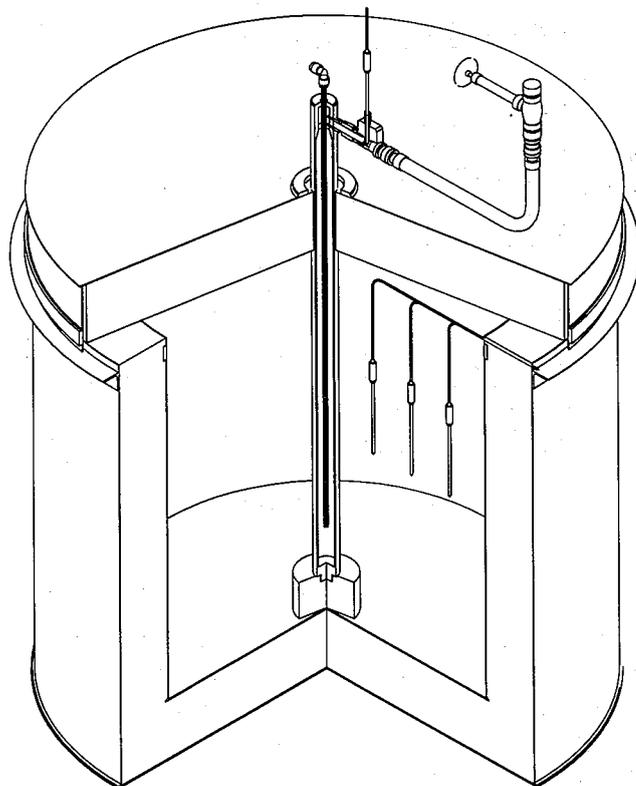


Fig. 3a - Vista assonometrica dell'apparecchiatura usata per le prove in laboratorio.

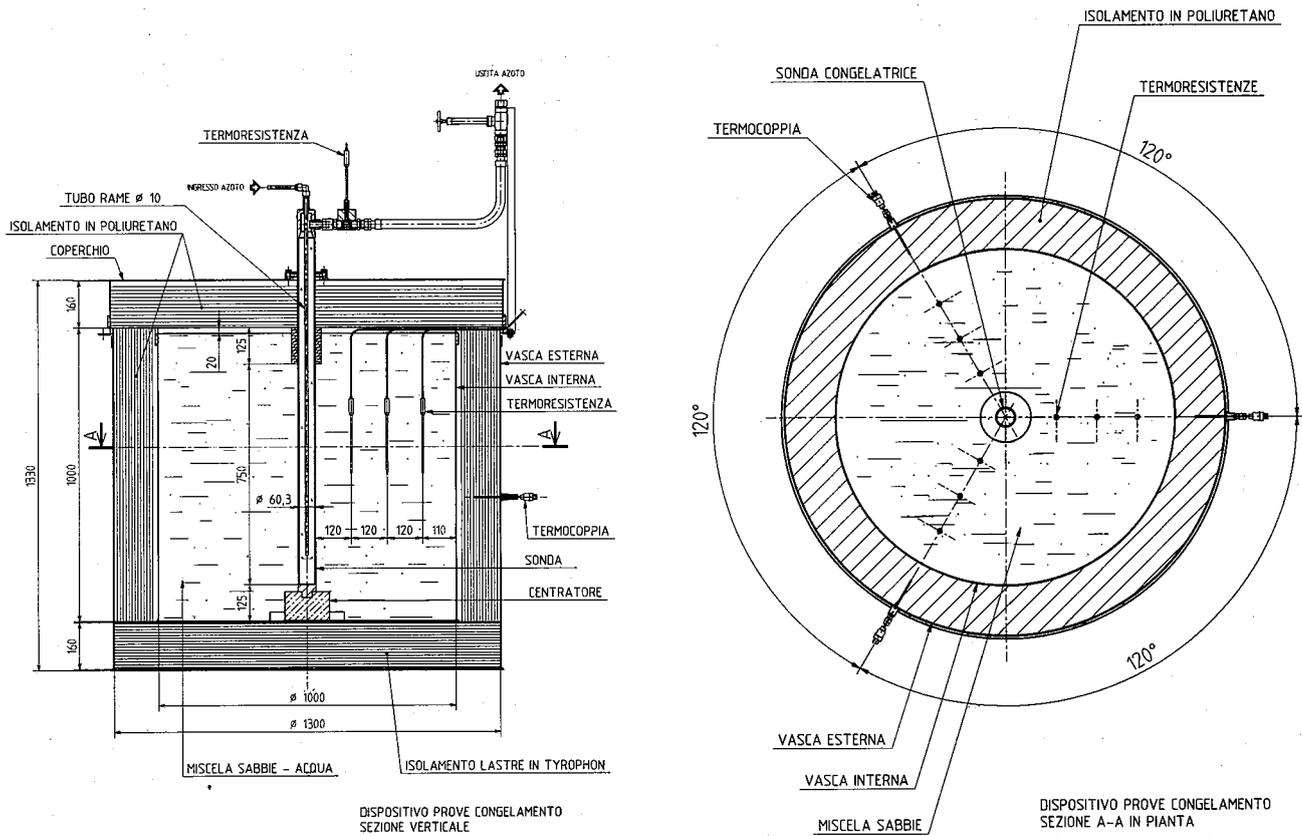


Fig. 3b - Sezione verticale ed orizzontale dell'apparecchiatura usata per le prove di congelamento in laboratorio.

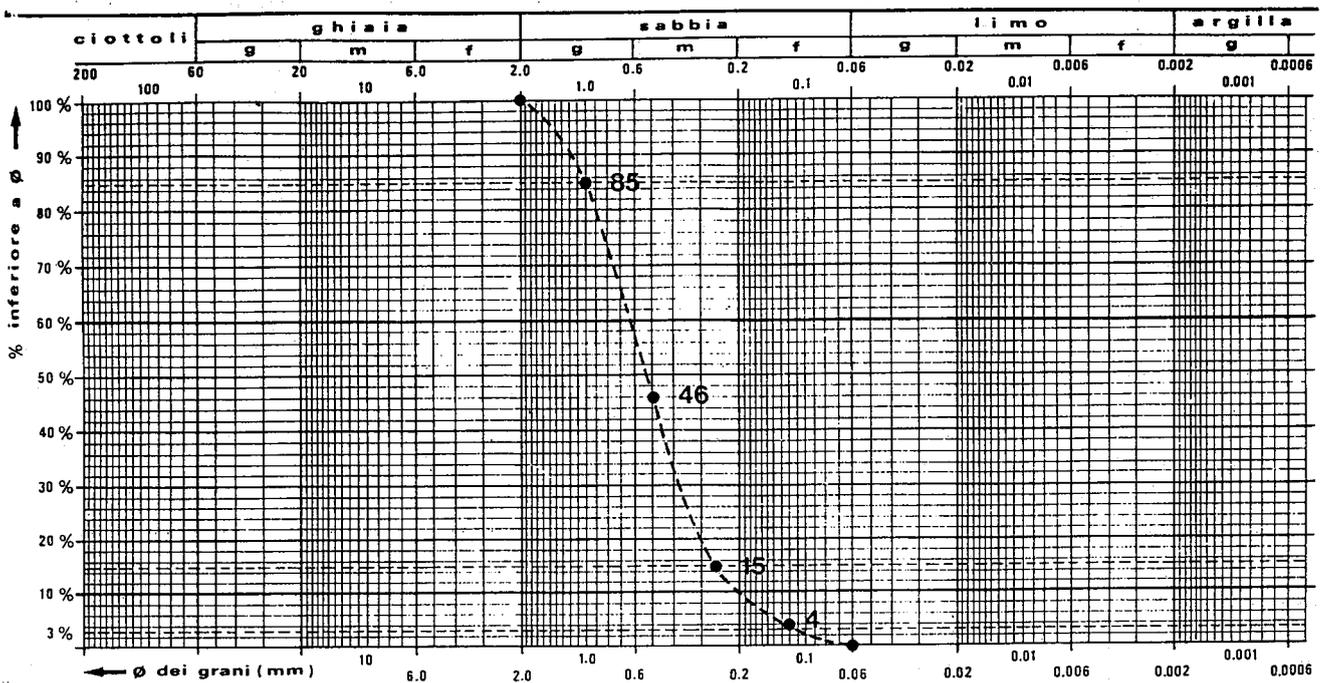


Fig. 4 - Curva granulometrica della sabbia impiegata nelle prove di congelamento.

dotte all'interno del campione 9 termoresistenze; esse sono state poste in corrispondenza del suo piano orizzontale medio, onde ridurre l'influenza delle basi superiore ed inferiore sulla misura delle temperature. Le termoresistenze sono allineate su tre raggi ad intervallo di 120°, e distano dall'asse, rispettivamente, 150 mm, 270 mm e 390 mm.

Tra la superficie superiore della sabbia ed il coperchio è stato lasciato un franco di circa 2 cm, onde evitare che l'aumento di volume del terreno durante il congelamento danneggi il contenitore e la sua coibentazione. In corrispondenza del franco sono stati inseriti nella superficie laterale del cilindro 3 tubi di piccolo diametro (a 120° uno dall'altro) per consen-

tire la fuoriuscita dell'acqua a causa dell'aumento di volume del ghiaccio.

Altre tre termoresistenze sono state poste all'esterno del contenitore cilindrico per misurare le temperature dell'azoto in uscita dalla sonda, della parete esterna della coibentazione e dell'ambiente.

Le dodici termoresistenze impiegate consentono la misurazione della temperatura in un campo compreso tra circa -200°C e $+500^{\circ}\text{C}$ con una precisione superiore a 0.5°C .

Nella coibentazione sono state introdotte anche due termocoppie al fine di controllare l'efficacia dell'isolamento termico laterale del cilindro.

Le termoresistenze sono state collegate ad un sistema di acquisizione dati appositamente sviluppato. Esso è basato su di un calcolatore «personale» che ospita una scheda di acquisizione a 12 canali e su di un programma che permette di ottenere, in tempo reale, i dati relativi alla variazione della temperatura all'interno del campione, di rappresentarli su video e di memorizzarli su disco.

Una vista d'insieme dell'apparecchiatura assemblata e del calcolatore per l'acquisizione delle temperature è mostrata in Fig.5.

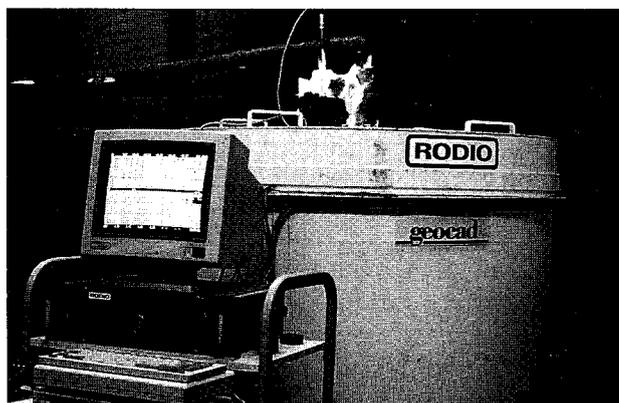


Fig. 5 - Vista d'insieme della apparecchiatura per le prove di congelamento in laboratorio e del calcolatore adibito all'acquisizione automatica delle temperature.

5.2 Risultati delle prove di congelamento

Sino ad ora sono state svolte due prove di congelamento utilizzando due sonde congelatrici di differente diametro. Per la prima prova è stata utilizzata una sonda con diametro esterno di 60.3 mm, mentre nella seconda si è usato un diametro inferiore, pari a 33.7 mm. Entrambi i diametri si riferiscono a tubature commercialmente reperibili e utilizzabili per i trattamenti di congelamento in sito. Ulteriori prove sono previste in futuro con diametri differenti da quelli sino ad ora impiegati.

La temperatura iniziale del campione, rilevata tramite le termoresistenze al suo interno, è stata di 19°C nella prima prova, e di 18.5°C nella seconda.

La portata dell'azoto nella sonda è stata regolata in modo da mantenere l'azoto in uscita dalla sonda ad una temperatura costante pari a -183°C , leggermente superiore alla temperatura di ebollizione di -196°C . La scelta di mantenere la temperatura dell'azoto nella sonda ad un valore costante è legata alla necessità di definire in modo accurato le condizioni al contorno di tipo termico ai fini della successiva interpretazione dei dati sperimentali.

Per brevità nel seguito si commentano solamente i risultati della prima prova; quelli della seconda verranno presentati assieme ai risultati della relativa analisi numerica.

In Fig.6 viene mostrata la variazione nel tempo della temperatura nelle varie termoresistenze. Si noti che per le termoresistenze interne al campione vengono riportati solamente 3 diagrammi, ognuno dei quali rappresenta la media delle temperature misurate nelle termoresistenze a egual distanza dalla sonda congelatrice. Nell'eseguire l'operazione di media non sono state considerate le termoresistenze che hanno mostrato chiari segni di mal funzionamento sin dall'inizio della prova. La differenza massima tra le temperature delle rimanenti termoresistenze situate alla medesima distanza dal centro è risultata inferiore a 1.5°C .

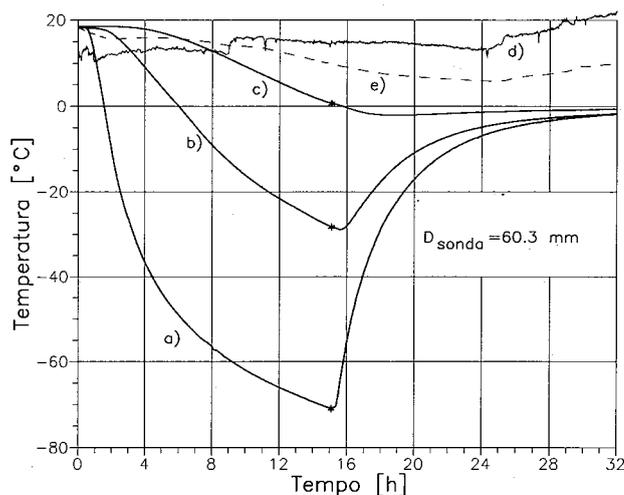


Fig. 6 - Variazione della temperatura nel tempo misurata dalle termoresistenze durante la prova di congelamento con diametro della sonda congelante pari a 60.3 mm. Le curve si riferiscono alle temperature delle termoresistenze poste a 150 mm dall'asse (a), a 270 mm dall'asse (b) e a 390 mm dall'asse (c), alla temperatura ambiente (d) ed a quella della coibentazione (e). Un asterisco indica l'istante nel quale è stata interrotta la circolazione dell'azoto liquido.

I restanti due diagrammi in Fig.6 mostrano l'andamento della temperatura nell'ambiente e nella coibentazione. Si osserva che la coibentazione ha assicurato un adeguato isolamento termico del campione in quanto le misure ottenute dalla termoresistenza inserita al suo interno sono influenzate dalla tem-

peratura dell'ambiente, ma non da quella del terreno entro il contenitore.

La circolazione dell'azoto liquido è stata interrotta quando la temperatura nelle termoresistenze più esterne ha raggiunto 0°C. Cio' per evitare che l'aumento di volume della sabbia interamente congelata provocasse danni alla struttura del contenitore ed alla coibentazione. Infatti, poco prima che tale condizione fosse raggiunta si è osservata una fuoriuscita di alcuni litri d'acqua dai tubi di drenaggio installati alla sommità del campione.

I grafici di Fig.6 mostrano che alla fine dell'immissione dell'azoto si ha un rapido innalzamento della temperatura in corrispondenza alle termoresistenze più interne (poste a 150 mm dall'asse del cilindro). Invece le termoresistenze più esterne, a 390 mm dall'asse, hanno registrato per alcune ore un ulteriore abbassamento della temperatura. Successivamente la temperatura in tutti i punti di misura ha raggiunto un valore di regime pari a circa -1°C.

Tale temperatura è rimasta pressochè costante per giorni, fino a quando il cilindro è stato aperto. Ciò ha ulteriormente rassicurato circa l'efficacia dell'isolamento termico.

6. Analisi dei risultati sperimentali

Come osservato in precedenza le caratteristiche delle prove di congelamento eseguite consentono di basarne l'interpretazione su di uno schema di calcolo assialsimmetrico rispetto all'asse verticale del cilindro e piano. Ciò riduce di fatto il problema ad un caso monodimensionale, in quanto il calore si propaga solamente in direzione radiale. Nelle analisi è stato utilizzato un reticolo di elementi finiti assai semplice, con lunghezza totale di 50 cm (pari al raggio interno del cilindro) e costituito da elementi quadrangolari aventi lunghezza di 1 cm. Si noti che l'altezza, costante, degli elementi non influenza i risultati del calcolo.

Una volta definita la schematizzazione geometrica, il problema più rilevante riguarda la determinazione dei valori dei parametri del mezzo continuo termicamente equivalente al terreno (che viene visto come una miscela di sabbia ed acqua) ed, in particolare, la conducibilità termica k [W/(m K)], la capacità termica c [J/(kg K)] ed il calore latente L [J/kg], per materiali soggetti a cambiamento di fase.

Le unità impiegate nell'esprimere tali parametri sono, secondo il sistema di misura internazionale, il Watt per la potenza, il Kelvin per la temperatura, il Joule per il lavoro, ed il chilogrammo massa. Nel seguito, per comodità, vengono anche riportate le grandezze espresse in calorie, grammi massa, secondi e gradi centigradi.

Mentre i valori dei parametri termici dell'acqua e del ghiaccio sono noti con buona approssimazione,

$$k_{\text{acqua}} = 0.56 \text{ [W/(m K)]} = 0.001338 \text{ [cal/(s cm } ^\circ\text{C)]}$$

$$k_{\text{ghiaccio}} = 2.3 \text{ [W/(m K)]} = 0.005495 \text{ [cal/(s cm } ^\circ\text{C)]}$$

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ [J/(kg K)]} = 1.0 \text{ [cal/(g } ^\circ\text{C)]}$$

$$c_{\text{ghiaccio}} = 2060 \text{ [J/(kg K)]} = 0.4921 \text{ [cal/(g } ^\circ\text{C)]}$$

$$L = 3.33 \cdot 10^5 \text{ [J/kg]} = 79.55 \text{ [cal/g]} ,$$

quelli della sabbia sono assai più variabili, in dipendenza anche delle sue caratteristiche mineralogiche. Dalla letteratura si possono stimare i seguenti intervalli per la conducibilità e la capacità termica della sabbia, materiale per il quale, ovviamente, non si pone il problema del calore latente,

$$k_{\text{sabbia}} = 0.26 \div 3.0 \text{ [W/(m K)]} = 0.00063 \div 0.007 \text{ [cal/(s cm } ^\circ\text{C)]}$$

$$c_{\text{sabbia}} = 600 \div 800 \text{ [J/(kg K)]} = 0.15 \div 0.19 \text{ [cal/(g } ^\circ\text{C)]} .$$

Come valor medio per la capacità termica della sabbia si può assumere,

$$c_{\text{sabbia}} (\text{medio}) = 710 \text{ [J/(kg K)]} = 0.17 \text{ [cal/(g } ^\circ\text{C)]}.$$

Le caratteristiche termiche del continuo equivalente alla miscela di acqua (ghiaccio) e sabbia che costituisce il terreno possono essere determinate in base alle relazioni proposte da KERSTEN [1949]. In particolare, la capacità termica dipende da quella del minerale costituente la sabbia, da quella dell'acqua o del ghiaccio e dal contenuto d'acqua w . Al di sotto della temperatura di fusione si ha quindi

$$c_{\text{solido}} = c_m + w c_{\text{ghiaccio}} \quad (17a)$$

mentre al di sopra di tale temperatura la capacità termica è espressa come

$$c_{\text{liquido}} = c_m + w c_{\text{acqua}} \quad (17b)$$

Nelle relazioni precedenti c_m rappresenta la capacità termica della sabbia secca. Tale grandezza nei calcoli è stata assunta pari al valor medio indicato in precedenza. Per le prove effettuate, il contenuto d'acqua w è compreso tra 0.287 e 0.30.

Il calore latente L_{eq} del continuo equivalente è definito come prodotto tra il calore latente L dell'acqua ed il contenuto d'acqua w

$$L_{\text{eq}} = L w . \quad (18)$$

Si noti che i valori della capacità termica e del calore latente forniti dalle relazioni precedenti vanno moltiplicati nei calcoli per il peso di volume secco

(cf. Eq. 8, 15) che è pari a 14.3 kN/m^3 per la prima prova, con sonda di diametro di 60.3 mm , ed a 14.5 kN/m^3 per la seconda prova, con sonda di diametro di 33.7 mm .

Una prima serie di analisi è stata condotta valutando la conducibilità termica k sulla base di alcuni diagrammi proposti da KERSTEN [1949]. Poiché tali analisi hanno fornito diagrammi solo qualitativamente simili a quelli ottenuti sperimentalmente, si è preferito determinare il parametro k per altra via utilizzando, in particolare, le relazioni suggerite da JOHANSEN e FRIVIK [1980]. Esse legano la conducibilità del continuo equivalente a quella dell'acqua (o del ghiaccio), a quella del quarzo k_q ed a quella della restante frazione di solido k_r . Al di sotto della temperatura di fusione si ha

$$k_{\text{solido}} = k_{\text{ghiaccio}}^n (k_q^q k_r^{(1-q)})^{(1-n)} \quad (19a)$$

mentre al di sopra di tale temperatura la capacità termica è espressa come

$$k_{\text{liquido}} = k_{\text{acqua}}^n (k_q^q k_r^{(1-q)})^{(1-n)} \quad (19b)$$

Nell'utilizzare nei calcoli le relazioni precedenti, dove n è la porosità e q è il contenuto di quarzo, si sono adottati i seguenti valori numerici,

$$k_q = 7.7 \text{ [W/(m K)]} ; k_r = 2.5 \text{ [W/(m K)]} ; q = 50\%.$$

Un'ulteriore modifica che è stata introdotta riguarda la conducibilità del ghiaccio. Essa, infatti, varia sensibilmente quando la temperatura scende molto al di sotto di quella di congelamento [FRIVIK e THORBERGSEN, 1980]. Per tener conto di questo effetto si è adottato il seguente legame lineare tra la conducibilità termica del ghiaccio, espressa in $[\text{W/(m K)}]$, e la temperatura in gradi centigradi,

$$k_{\text{ghiaccio}} \text{ [W/(m K)]} = 2.3 - 0.015 T \text{ [}^\circ\text{C]} . \quad (20)$$

Utilizzando i valori dei parametri termici così ottenuti sono state svolte due analisi ad elementi finiti per simulare le prove di congelamento prima descritte. Nei calcoli si è introdotta una temperatura di congelamento dell'acqua pari a -0.5°C . Tale dato, rilevato per mezzo di un criostato, è legato alla presenza di alcune impurità di ossido di ferro nell'acqua utilizzata, che ne hanno leggermente abbassato la temperatura di congelamento.

Nelle Figg. 7 ed 8 sono mostrati gli andamenti della temperatura nel tempo ricavati numericamente assieme a quelli sperimentali. Si osserva che il calcolo coglie con sufficiente accuratezza i risultati sperimentali in corrispondenza delle basse temperature, e che

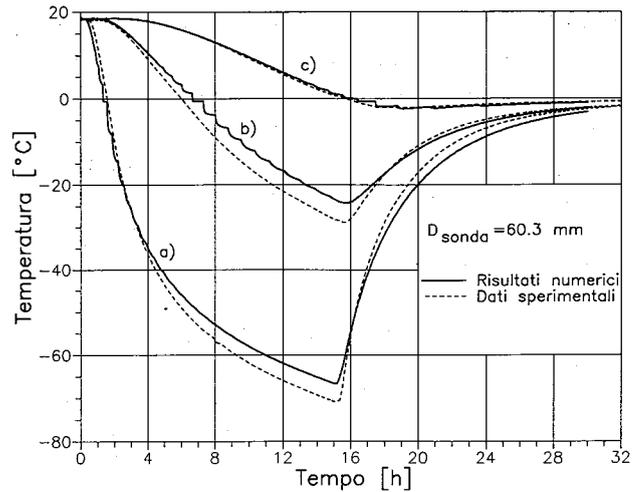


Fig. 7 - Variazione nel tempo della temperatura per la prova con diametro della sonda congelante pari a 60.3 mm : paragone tra risultati sperimentali (linee tratteggiate) e numerici (linee continue). Le curve si riferiscono alle temperature delle termoresistenze poste a 150 mm dall'asse (a), a 270 mm dall'asse (b) e a 390 mm dall'asse (c).

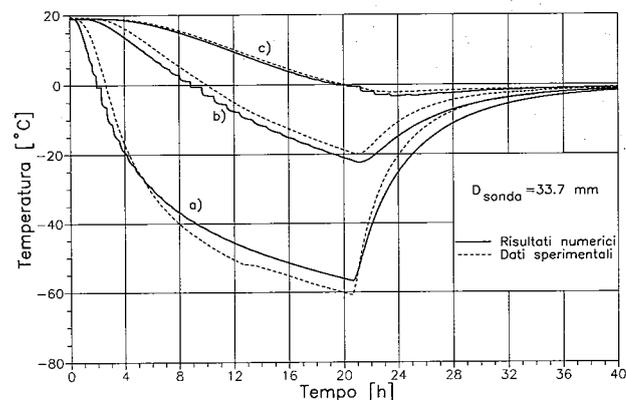


Fig. 8 - Variazione nel tempo della temperatura per la prova con diametro della sonda congelante pari a 33.7 mm : paragone tra risultati sperimentali (linee tratteggiate) e numerici (linee continue). Le curve si riferiscono alle temperature delle termoresistenze poste a 150 mm dall'asse (a), a 270 mm dall'asse (b) e a 390 mm dall'asse (c).

i tempi necessari a raggiungere la temperatura di congelamento sono valutati con scarti limitati.

Si noti che i «gradini» presenti nelle curve ottenute dal calcolo sono dovuti alla particolare tecnica utilizzata per tener conto del calore latente durante la transizione di fase. Infatti essi sono presenti solamente in prossimità della temperatura di congelamento dell'acqua.

7. Influenza del rapporto diametro/interasse delle sonde congelanti

Come osservato in precedenza, il programma di calcolo messo a punto per l'analisi del congelamento artificiale dei terreni può essere adottato nella soluzione di problemi di interesse pratico. A titolo di

esempio, si mostrano i risultati ottenuti da alcune analisi svolte per valutare l'effetto del rapporto tra diametro e distanza delle sonde, e della loro temperatura, sul processo di congelamento.

Il calcolo è stato basato sul reticolo bidimensionale mostrato in Fig.9, che rappresenta la sezione orizzontale di una porzione di una maglia regolare ed illimitata di sonde affiancate con interasse di 80 cm. In corrispondenza della superficie laterale delle due sonde comprese nel reticolo viene imposta la temperatura dell'azoto, mentre le altre superfici del reticolo, in considerazione delle simmetrie del problema, sono assimilate a contorni impermeabili al calore. La temperatura iniziale del terreno è assunta pari a 20°C.

I parametri termici introdotti nel calcolo corrispondono a quelli utilizzati nell'analisi della prima prova di congelamento descritta in precedenza.

Il diagramma in Fig.10 mostra l'avanzamento $x/(d/2)$ del fronte ghiacciato in funzione del tempo. Nella figura, d rappresenta l'interasse tra due sonde ed x è la distanza tra l'asse della sonda ed il corrispondente fronte ghiacciato. Ne segue che i fronti ghiacciati prodotti da due sonde contigue si congiungono quando $x/(d/2) = 1$.

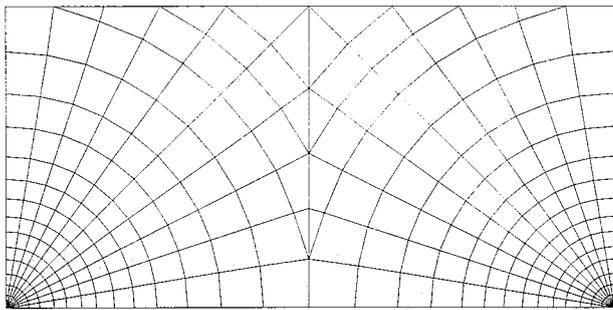


Fig. 9 - Reticolo di elementi finiti utilizzato per l'analisi della propagazione dei fronti congelati prodotti da sonde disposte a maglia quadrata.

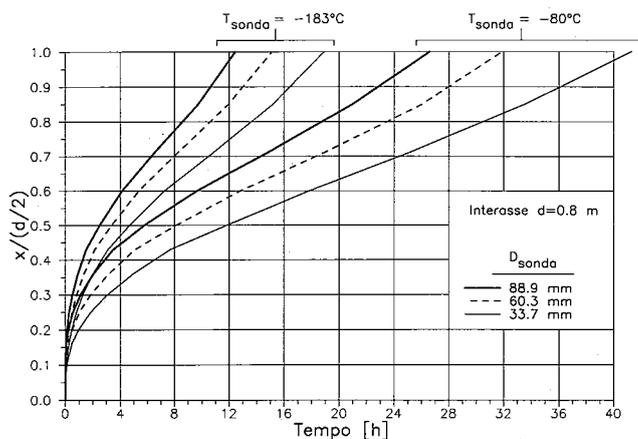


Fig. 10 - Avanzamento del fronte congelato nel tempo in dipendenza del diametro D della sonda e della temperatura T del fluido congelante (Interasse tra le sonde $d=0.8$ m; temperatura iniziale del terreno $T_0=20^\circ\text{C}$).

In figura sono presentate due terne di curve, relative a temperature delle sonde congelatrici di -183°C e di -80°C . Tali temperature, con riferimento al congelamento in sito, possono corrispondere alle sonde a minore ed a maggiore distanza dal punto di ingresso dell'azoto liquido. Ogni terna comprende i risultati ottenuti considerando sonde con diametro di 88.9 mm, 60.3 mm e 33.7 mm. Come osservato in precedenza, tali misure si riferiscono a tubature in commercio ed utilizzabili per trattamenti di congelamento in sito.

Si nota che utilizzando una sonda congelatrice con diametro di 33.7 mm e temperatura pari a -183°C , il tempo necessario affinché avvenga la congiunzione dei due fronti congelati è di circa 19 ore. Questo tempo si riduce a circa 12.5 ore con un diametro di 88.9 mm, con una riduzione percentuale di circa il 34%.

Se la temperatura dell'azoto all'interno della sonda è pari a -80°C , il tempo necessario per la congiunzione dei fronti congelati cresce da 19 a 41 ore nel caso di sonde da 33.7 mm, da 15 ore a 32 ore nel caso di sonde da 60.3 mm, e da 12.5 ore a 27 ore nel caso di sonde da 88.9 mm. Ciò corrisponde ad un aumento percentuale medio superiore al 100%.

Analisi del tipo qui illustrato possono essere di ausilio nella progettazione di interventi di congelamento per definire le caratteristiche tecniche delle sonde congelanti e dell'impianto per l'alimentazione dell'azoto.

8. Conclusioni

L'indagine numerica e sperimentale sino ad ora condotta ha mostrato come sia possibile studiare con un programma di calcolo automatico il processo di congelamento del terreno ottenendo risultati in buon accordo con quelli di origine sperimentale.

Il programma ad elementi finiti messo a punto nell'ambito di questo studio può essere impiegato per condurre analisi di tipo parametrico, come quelle discusse in precedenza, al fine di analizzare l'effetto della variazione di alcuni significativi parametri geometrici sul progresso del fronte ghiacciato e sui tempi richiesti dalle operazioni di congelamento.

Futuri sviluppi dello studio, anche a fini applicativi, sembrano possibili con particolare riferimento, da un lato, all'analisi del processo di congelamento relativo a specifici problemi progettuali e, dall'altro, all'estensione del calcolo agli aspetti meccanici del congelamento e all'analisi statica del comportamento visco-plastico dell'ammasso di terreno congelato.

Ringraziamenti

Gli autori desiderano ringraziare l'ing. Astorri della SIO s.r.l. e il sig. Bassi della RODIO S.p.A. per la fattiva collaborazione, e la Dott.ssa Granata ed il sig. Anelli della RODIO S.p.A. per l'insostituibile contributo nella progettazione e nell'esecuzione delle prove sperimentali.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSLAND O.B., GALLAVRESI F., GOTO S., SAARELEINEN S., SLUNGA E. (1989) - *General report of the specialty session on ground freezing*. Proc. XII ICSMFE, Rio de Janeiro.
- CARSLAW H.S., JAEGER J.C. (1959) - *Conduction of heat in solids*. 2nd Edition, Oxford University Press, Oxford, U.K.
- COMINI G., DEL GIUDICE S., SARO O. (1990) - *A conservative algorithm for multidimensional conduction phase change*. Int.J.Numer.Methods Engineering, vol. XXX, pp.697-709.
- CRANK J. (1984) - *Free and moving boundary problems*. Oxford University Press, Oxford, U.K.
- FRIVIK P.E. (1980) - *State-of-the-art report on ground freezing: thermal properties, modelling of processes and thermal design*. Proc. 2nd Int.Symp on Ground Freezing, Trondheim.
- FRIVIK P.E., THORBERGSEN E. (1980) - *Thermal design of artificial soil freezing systems*. Proc. 2nd Int. Symp. on Ground Freezing, Trondheim.
- GIODA G., NOVA R. (1982) - *Un'analisi pseudo-bidimensionale della consolidazione in argille con permeabilità anisotropa*. Rivista Italiana di Geotecnica, vol. XVI, n. 1.
- GIODA G., DESIDERI A. (1988) - *Some numerical techniques for free surface seepage analysis*. Proc.6th Int.Conf.on Numer.Methods in Geomechanics, Innsbruck.
- JOHANSEN O., FRIVIK P.E. (1980) - *Thermal properties of soils and rock materials*. Proc. 2nd Int.Symp on Ground Freezing, Trondheim.
- KERSTEN M.S. (1949) - *Laboratory research for the determination of the thermal properties of soils*. Final report, Univ. of Minnesota, Eng. Exp. Station.
- MORGAN K., LEWIS R.W., ZIENKIEWICZ O.C. (1978) - *An improved algorithm for heat conduction problems with phase change*. Int.J.Numer.Methods Engineering, vol. XII, pp.1191-1195.
- ROLPH W.D., BATHE K.J. (1982) - *An efficient algorithm for analysis of nonlinear heat transfer with phase change*, Int.J.Numer.Methods Engineering, vol. XVIII, pp.119-134.
- VOLLER V.R., SWAMINATHAN C.R., THOMAS B.G. (1990) - *Fixed grid techniques for phase change problems: a review*. Int.J.Numer.Methods Engineering, vol. XXX, pp.875-898.
- ZABARAS N., RUAN Y. (1989) - *A deforming finite element method analysis of inverse Stefan problem*. Int.J.Numer.Methods Engineering, vol. XXVIII, pp. 295-313.
- ZABARAS N., RUAN Y. (1990) - *Moving and deforming finite element simulation of Stefan problem*. Communications in Applied Numer.Methods, vol. VI, pp.495-506

SUMMARY

On the artificial freezing of ground

The results of a study are presented which was carried out in order to develop a finite element program for heat transfer analysis suitable, in particular, for the solution of problems related to the artificial freezing of ground.

First the main characteristics of the numerical approach are illustrated and the technique is discussed which was adopted for introducing in the analysis the effects of the latent heat during the water/ice phase transition. Subsequently, the results of some laboratory freezing tests are presented on the basis of which the computer program was checked and the procedure for working out the thermal constants of soil was chosen. Finally, a simple parametric study is illustrated which was intended to investigate the effects of some relevant parameters, such as the diameter of the pipes and the temperature of the freezing fluid, on the progress of the frozen boundary during the site operations.